

文章编号: 2095-2163(2021)03-0016-06

中图分类号: TP391

文献标志码: A

# 一种改进 FHN 神经元滤波模型研究

高娃<sup>1</sup>, 阚阅<sup>2</sup>

(1 南京林业大学 家居与工业设计学院, 南京 210037; 2 河南理工大学 机械与动力工程学院, 河南 焦作 454003)

**摘要:** 突触滤波是神经元处理和传递信息的重要过程, 有助于生物在复杂环境中获取所需信息。针对当前人工神经元模型中较少考虑到突触滤波机制, 本文以 FitzHugh-Nagumo (FHN) 人工神经元模型为基础构建基于膜电势增量变化的神经元数学模型, 在此基础上模拟突触滤波机制, 从而提出一种改进 FHN 神经元滤波模型。而后, 对该模型的稳定性条件、幅频响应进行了分析, 并通过不同信噪比条件下的典型信号和语音信号实验对该模型的信息传递能力和滤波能力进行验证。实验结果表明, 该模型能够有效传递输入信息、提高输入信息强度, 且有效抑制其中噪声部分。

**关键词:** FHN 模型; 突触滤波; 模型响应

## Research on an improved FHN neuronal filtering model

GAO Wa<sup>1</sup>, KAN Yue<sup>2</sup>

(1 College of Furnishings and Industrial Design, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

(2 School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454003, China)

**[Abstract]** Synaptic filtering, which is quite helpful to get the information needed in complex environment for living things, is an important process for neurons to process and transmit information. For synaptic filtering is rarely considered in modeling the artificial neuron models, this paper proposes an improved FitzHugh-Nagumo(FHN) model. By building a neuron model that can describe the incremental change of membrane potential based on the FHN model and simulating the synaptic filtering on this basis, the mathematical description of the proposed improved FHN model is derived. Then, the stability condition and the responses are discussed, and the information transmit ability and the filtering ability of the proposed model are tested by the typical signals and the speech signals in the cases of different conditions with different signal-noise ratios (SNRs). The experiments verify that, the model can realize the transmission of inputs, increase the intensity of inputs and reduce the noises of inputs effectively.

**[Key words]** FHN model; synaptic filtering; model response

## 0 引言

神经元突触短时程效能增强或压抑(即突触易化和突触抑制)被研究人员认为与信息处理中的滤波功能有关,能帮助生物在外环境中获取所需信息<sup>[1-2]</sup>。例如, Fortune 等人<sup>[2]</sup>认为神经元突触可塑性有助于实现噪声滤波与外环境信息识别, Khanbabaie 等人<sup>[3]</sup>发现中枢神经元的短时突触抑制特性可以滤除噪声, Cian 等人<sup>[4]</sup>研究认为突触短时程效能增强和压抑有助于优化神经信息传递。近年来,越来越多研究人员开始模拟突触滤波或者构建突触模型。例如, Hiratania 等人<sup>[5]</sup>通过构建一个树突神经元模型证明了多突触连接的突触可塑性表现出了近似于粒子滤波属性。Tong 等人<sup>[6]</sup>则提出了一种突触双室模型,将其作为增益器用以放大或抑

制信息传输。研究人员主要关注突触前、突触后和多突触之间的生物学部分组成、功能等情况,但较少从神经元与突触整体角度来模拟滤波特性。例如, McCulloch-Pitts (MP) 模型、Hodgkin-Huxley (H-H) 神经元模型、Hopfield 模型、FitzHugh-Nagumo (FHN) 模型等均能一定程度上模拟神经元阈值特性、非线性、电特性等特点,在许多研究中作为神经元的基础数学模型使用,但这些模型与突触模型或突触滤波相结合的研究在现阶段仍然较少。

因此,本文聚焦神经元与突触的整体性,以 FHN 神经元作为基础模型进行改进,构建神经元信息传递与突触滤波之间的联系,提出一种改进 FHN 神经元滤波模型,分析该模型特性。实验表明,该模型能在有效传递信息的同时,抑制外环境噪声,能为复杂环境中的信息处理提供研究思路。

**基金项目:** 江苏省高等学校自然科学研究面上项目(17KJB510029);南京林业大学高层次(高学历)人才科研启动基金资助项目(GXL2017004);河南省教育厅科技攻关项目(202102210132);河南理工大学博士基金(自然科学类)项目(B2019-51)。

**作者简介:** 高娃(1986-),女,博士,讲师,主要研究方向:人机交互、信息与交互设计、信号处理;阚阅(1979-),女,博士,讲师,主要研究方向:语音信号处理、声源定位技术。

**通讯作者:** 高娃 Email:gaowa@njfu.edu.cn

**收稿日期:** 2020-12-02

## 1 模型构建

### 1.1 基础模型

FHN 模型能够用于描述神经元膜电势与传入刺激的关系。当传入刺激大于阈值时, FHN 模型表现出激发振荡性质, 而当传入刺激不超过阈值, FHN 模型则处于非激发状态。FHN 模型的动力学方程本质上可表达为二阶非线性微分方程, 如式(1)所示<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{v} = v - \frac{v^3}{3} - w + I_e, \\ \dot{w} = -v + bw - a. \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $v$  为膜电势变化;  $w$  为膜电势恢复变量;  $I_e$  为兴奋电流;  $a$  和  $b$  分别为系统控制参数。

神经元的信息传递可通过连续传入刺激下神经元膜电势增量的变化而表达。因此, 本文采用 FHN 模型为基础, 构建能够描述膜电势增量变化的神经元模型作为模拟突触滤波的数学模型。对于单个神经元而言, 当其传入刺激不超过阈值, 该神经元膜电势处于静息电位。当传入刺激超过阈值, 膜电势迅速上升, 而后迅速回落。在此过程中, 膜电势变化区间约为  $-90 \sim +50$  mV<sup>[8]</sup>。为简化 FHN 模型, 对式(1)中非线性项进行线性拟合, 如图 1 所示。图 1(a) 中蓝色实线描述 FHN 神经元模型的非线性项变化, 红色虚线描述该非线性项的线性拟合变化。拟合误差如图 1(b) 所示, 由此可见该误差区间约为  $-0.04 \times 10^{-3} \sim +0.1 \times 10^{-3}$  mV。

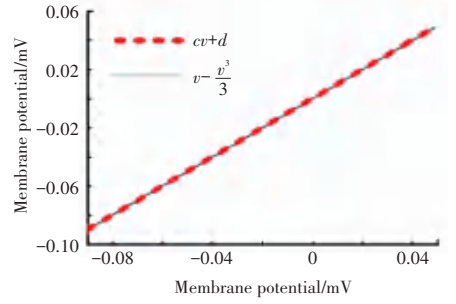
据上述分析, 将 FHN 神经元模型线性化后, 其数学描述如式(2):

$$\begin{cases} \dot{v} = cv - w + d + I_e, \\ \dot{w} = -v + bw - a. \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $c=0.9986$ ,  $d=7.921 \times 10^{-6}$ 。

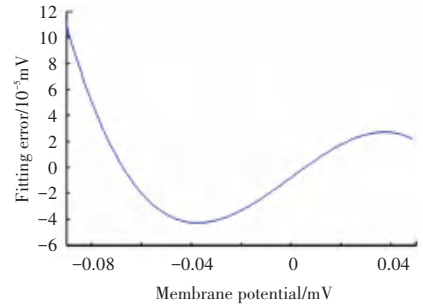
设神经元连续受到 2 个时间间隔为  $\Delta t$  的阈上刺激, 则兴奋电流增量  $\Delta I_e = I_{e1} - I_{e2}$ 。设这 2 个阈上刺激的响应膜电势分别为  $v_1$  和  $v_2$ , 则膜电势的增量  $\Delta v = v_1 - v_2$ 。神经元兴奋电流  $I_e = v_e / R_e$ , 其中  $v_e$  为输入电势,  $R_e$  为输入阻抗。因此, 在上述 2 个神经元信息传递过程中, 其神经元膜电势增量变化可用式(3)描述:

$$\frac{d^2 \Delta v}{dt^2} - (b+c) \frac{d \Delta v}{dt} + (bc-1) \Delta v = -\frac{\Delta v_e}{R_e}, \quad (3)$$



(a) 非线性项及其线性拟合

(a) The nonlinear term and the corresponding linear fitting



(b) 拟合误差

(b) The fitting error

图 1 FHN 神经元模型非线性项拟合

Fig. 1 Fitting of the nonlinear term for the FHN neuron model  
采用状态空间法将式(3)变化为式(4)和式(5)形式:

$$\frac{dV}{dt} = W, \quad (4)$$

$$\frac{dW}{dt} = -b \frac{\Delta v_e}{R_e} + (b+c)W - (bc-1)V, \quad (5)$$

其中,  $V$  表示该模型所传递的信息,  $W$  表示该模型的噪声信息。式(4)和式(5)可作为基于膜电势增量变化的神经元模型数学描述, 可作为基础模型用于模拟突触滤波。

### 1.2 突触滤波模拟

采用改进欧拉法分别求  $V$  和  $W$  对于第  $n$  个刺激  $v_{en}$  的增量  $\Delta V_n$  和  $\Delta W_n$ , 则分别有:

$$\begin{cases} \Delta V_n = \frac{h}{2}(J_1 + J_2), \\ \Delta W_n = \frac{h}{2}(K_1 + K_2). \end{cases} \quad (6)$$

同时, 可以求得:

$$\begin{cases} J_1 = f_1(V_n, W_n); \\ K_1 = f_2(V_n, W_n); \\ J_2 = f_1(V_n + hJ_1, W_n + hK_1); \\ K_2 = f_2(V_n + hJ_1, W_n + hK_1). \end{cases} \quad (7)$$

其中,函数 $f_1(V_n, W_n)$ 和 $f_2(V_n, W_n)$ 分别采用式(4)和式(5)方程求解。

根据文献[9],将基于膜电势增量变化的神经元模型所传递的信息增量 $\Delta V_n$ 和所产生的噪声增量 $\Delta W_n$ 进行交换模拟突触滤波,则有:

$$\begin{cases} V_{n+1} = V_n + \Delta W_n, \\ W_{n+1} = W_n + \Delta V_n. \end{cases} \quad (8)$$

将式(4)、式(5)、式(6)和式(7)带入式(8),则可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} &= \frac{\alpha B}{\epsilon} h^2 - Bh + 1 \frac{\ddot{V}_n}{\phi} + \\ &\frac{\alpha^2 - B}{\epsilon} h^2 - Ah \frac{\ddot{W}_n}{\phi} - C \frac{\alpha A}{\epsilon} h^2 - h \frac{\ddot{\Delta v}_{en}}{\phi}, \\ \dot{W}_{n+1} &= -\frac{B}{2} h_2 V_n + \frac{\alpha}{\epsilon} \frac{A}{2} h^2 + h + 1 \frac{\ddot{W}_n}{\phi} + \frac{C}{2} h^2 \Delta v_{en}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} A &= -b - c, \\ B &= bc + 1, \\ C &= -\frac{b}{R_e}, \end{aligned} \quad (10)$$

令:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{h^2}{2}, \\ \mu &= \frac{Ah^2}{2} - h. \end{aligned} \quad (11)$$

则有:

$$\begin{cases} V_{n+1} = (1 + \mu B)V_n + (\mu A - \eta B)W_n + \mu C \Delta v_{en}, \\ W_{n+1} = -\eta B V_n + (1 - \mu)W_n + \eta C \Delta v_{en}. \end{cases} \quad (12)$$

根据式(10)对参数 $A$ 、 $B$ 和 $C$ 的定义,并令 $p = R_e$ ,则可推导出改进 FHN 神经元滤波模型的数学描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n+1} &= (1 + \mu + \mu bc) V_n - \\ &(\mu b + \mu c + \eta bc + \eta) W_n - \frac{\mu b}{p} \Delta v_{en}, \\ \dot{W}_{n+1} &= (-\eta bc - \eta) V_n + (1 - \mu) W_n - \frac{\eta b}{p} \Delta v_{en}. \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\eta$ 、 $\mu$ 为滤波调节参数; $c = 0.9986$ 为常数; $b$ 和 $p$ 为控制参数。

## 2 模型特性分析

### 2.1 模型稳定参数条件

为分析所提出的改进 FHN 神经元滤波模型稳定性,据式(13)可得到该模型数学描述的齐次状态

方程如下:

$$X_n = M X_{n-1}, \quad (14)$$

其中,

$$X_n = \begin{pmatrix} \dot{V}_n \\ \dot{W}_n \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$M = \begin{pmatrix} \alpha + \mu + \mu bc & -\mu b - \mu c - \eta bc - \eta \frac{\ddot{V}_n}{\phi} \\ \epsilon - \eta bc - \eta & 1 - \mu \frac{\ddot{W}_n}{\phi} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

令:

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha q_1 & q_2 \frac{\ddot{V}_n}{\phi} \\ \epsilon q_2 & q_3 \frac{\ddot{W}_n}{\phi} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

据李雅普诺夫稳定性定理可得到改进 FHN 神经元滤波模型渐进稳定的充分必要条件如下:

$$R = Q - M^T Q M, \quad (18)$$

其中, $R$ 为单位矩阵。如模型稳定,则矩阵 $Q$ 应为正定矩阵。因此,将式(16)和式(17)带入式(18)中,则可得到模型稳定的参数条件如下:

$$\begin{aligned} q_1 &> 0; \\ q_1 q_3 - q_2^2 &> 0; \\ (1 - s^2) q_1 - 2msq_2 - m^2 q_3 &= 1; \\ stq_1 - (1 - sn - mt) q_2 + mnq_3 &= 0; \\ -t^2 q_1 - 2ntq_2 + (1 - n^2) q_3 &= 1. \end{aligned} \quad (19)$$

其中,

$$\begin{aligned} s &= 1 + \mu + \mu bc; \\ t &= -\mu b - \mu c - \eta bc - \eta; \\ m &= -\eta bc - \eta; \\ n &= 1 - \mu. \end{aligned} \quad (20)$$

### 2.2 模型响应特性

神经元能够响应多种不同的阈上刺激,并有效传递信息。因此,所提出的改进 FHN 神经元滤波模型能够实现多种滤波形式,从而应对不同的传入信息,进而表征生物神经元滤波的广泛性。即,当式(13)中的参数 $\eta$ 、 $\mu$ 、 $b$ 和 $p$ 发生变化时,该模型应能够产生不同的幅频响应。表1给出3组参数 $\eta$ 、 $\mu$ 、 $b$ 和 $p$ 组合,分别获取了这3组参数组合的幅频响应,如图2所示。

图2中,红色、黑色、蓝色曲线分别描述参数组合 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 条件下改进 FHN 神经元滤波模型的幅频响应,横轴表示归一化频率,纵轴表示归一化幅频响应。可见,在 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 条件下,改进 FHN 神经元滤波模型响应分别表现出低通、带通和高通特性。在调参过程中发现,在满足模型稳定的参数条件下,参数 $b$ 主要影响该模型幅频响应带宽, $\eta$ 、 $\mu$ 和 $p$ 则主要影响幅频响应的通带范围和滤波形式。

表 1 改进 FHN 神经元滤波模型参数组合

Tab. 1 The parameter combinations of the improved FHN neuron filter model

参数组合	$\mu$	$\eta$	$b$	$\rho$
$C_1$	-0.005	0.001	30	0.18
$C_2$	-0.050	0.020	20	0.97
$C_3$	-0.055	0.002	32	1.50

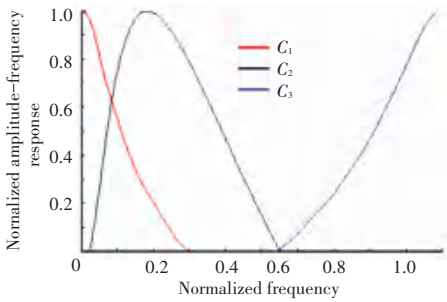


图 2 改进 FHN 神经元滤波模型幅频响应

Fig. 2 Amplitude responses of the proposed improved FHN neuron filter model

综合上述分析可见,改进 FHN 神经元滤波模型能够通过调节其参数组合使其数学描述中的矩阵

$M$  发生变化,从而获得多种不同滤波响应形式,进而处理多种不同输入信息。

### 3 实验及其分析

为分析和验证改进 FHN 神经元滤波模型对不同信息的处理能力和滤波能力,采用表 1 中的  $C_1$  组合,针对典型信号包括正弦信号、方波信号和三角波信号、以及语音信号分别进行仿真实验。

#### 3.1 典型信号处理实验

分别为正弦信号、方波信号和三角波信号加入不同强度的高斯白噪声,使信噪比分别为 0 dB、10 dB 和 20 dB。而后,将上述信号分别作为改进 FHN 神经元滤波模型的输入刺激,其波形分别如图 3(a)、图 4(a)和图 5(a)所示。上述图中,从上至下分别为正弦信号、方波信号、三角波信号,其中正弦信号与方波信号和三角波信号频率不同,方波信号和三角波信号频率一致。改进 FHN 神经元滤波模型的相应输出响应分别如图 3(b)、图 4(b)和图 5(b)所示。

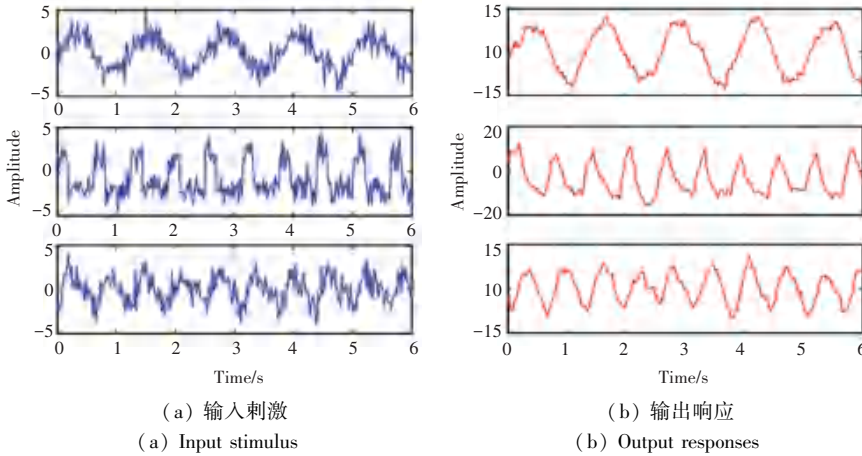


图 3 信噪比为 0 dB 的输入刺激和改进 FHN 神经元滤波模型输出响应

Fig. 3 The input stimulus when SNR=0 dB and the corresponding responses of the improved FHN neuron filter model

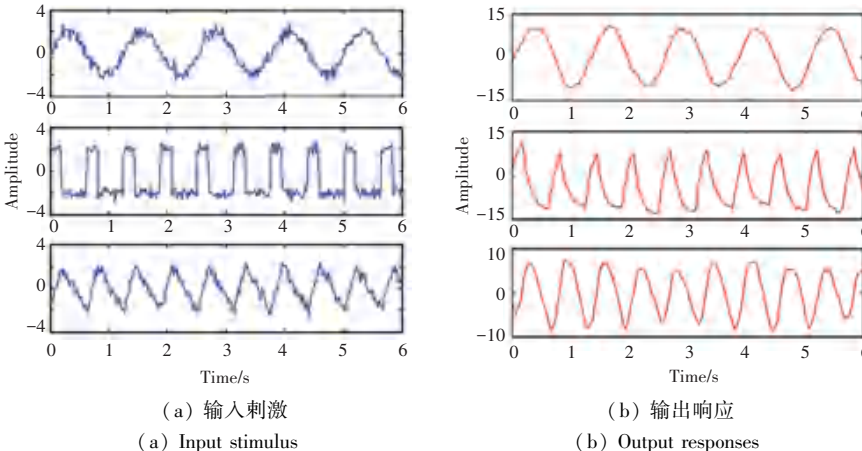


图 4 信噪比为 10 dB 的输入刺激和改进 FHN 神经元滤波模型输出响应

Fig. 4 The input stimulus when SNR=10 dB and the corresponding responses of the improved FHN neuron filter model

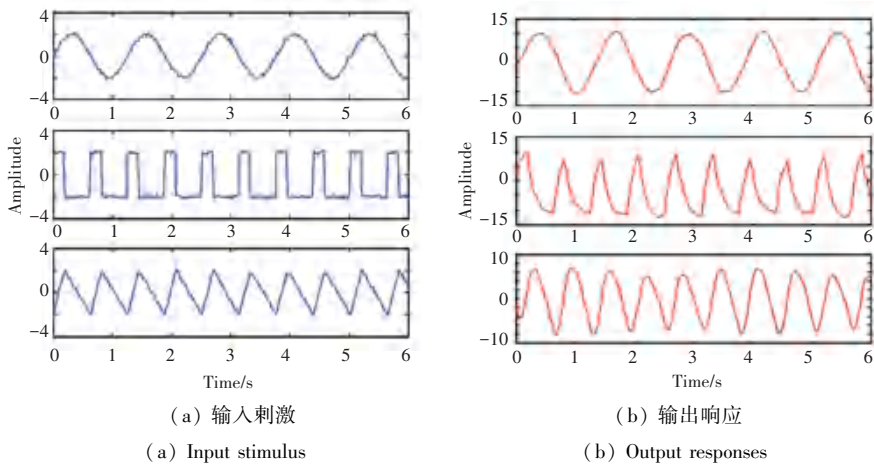


图 5 信噪比为 20 dB 的输入刺激和改进 FHN 神经元滤波模型输出响应

Fig. 5 The input stimulus when SNR=20 dB and the corresponding responses of the improved FHN neuron filter model

以图 3 为例进行详细分析可发现,在信噪比条件为 0 dB 时,图 3(b)中从上至下展示了输出响应能够反映输入刺激的频率信息、且响应振幅相较于输入刺激振幅有明显提升,其振幅提升程度因输入刺激特性不同而略有不同。例如,对于正弦信号和方波信号,振幅放大倍数约为 5 倍,而对于三角波信号,振幅放大倍数则约为 4 倍。此外,由图 3(b)可见,在信噪比为 0 dB 条件下,正弦信号、方波信号和三角波信号中的高斯白噪声被大幅度抑制。这说明改进 FHN 神经元滤波模型既能够传递输入刺激的基本特征,同时也能够实现滤波功能,对噪声进行一定程度的抑制。

这一趋势在图 4 和图 5 中也表现出了一致性,且随着输入刺激信噪比的提升,改进 FHN 神经元滤波模型输出响应波形更加平滑,高斯白噪声得到了更好的抑制,如图 4(b) 和图 5(b) 所示。值得注意的是,在对方波信号的响应中可发现,改进 FHN 神经元滤波模型能够反映出方波信号的频率特性,但其响应表现为尖峰信号。

### 3.2 语音信号处理实验

采用语音信号验证所提出的改进 FHN 神经元滤波模型对真实信号的信息传递和滤波能力。在安静室内空间内采集语音信号,采样频率为 48 kHz,其波形如图 6(a) 所示。将该信号作为改进 FHN 神经元滤波模型的输入刺激,得到的输出响应如图 6(b) 所示。对比输入语音信号及其输出相应波形可发现,该语音信号振幅被明显放大,且时域波形基本一致,其最大振幅放大倍数约为 4 倍。这说明改进 FHN 神经元滤波模型能够传递并放大语音信号。

图 6(a) 展示的是语音信号加入高斯白噪声,使加噪后的语音信号信噪比分别为 0 dB、10 dB 和

20 dB。图 7(a) 给出了信噪比为 10 dB 条件下含噪语音信号波形。该信号作为改进 FHN 神经元滤波模型的输入刺激后,得到的响应如图 7(b) 所示。显然,该含噪信号的振幅被改进 FHN 神经元滤波模型放大,且放大程度与原始未加噪语音信号响应一致。信号的振幅与强度直接相关,即,该模型能够有效放大输入刺激的强度。

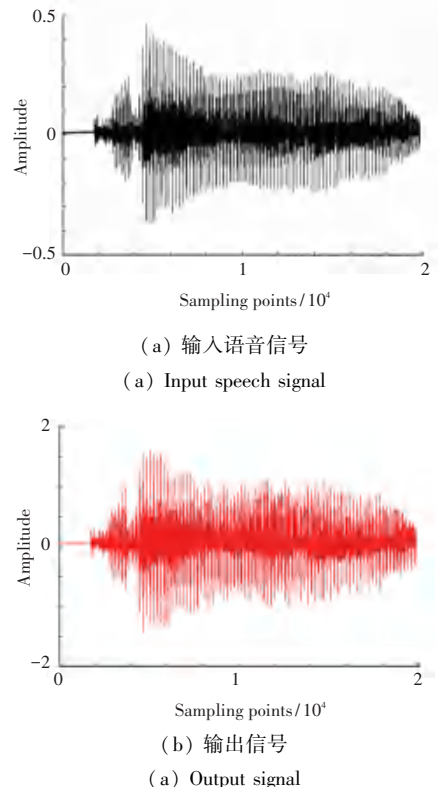


图 6 输入语音信号和相应输出响应

Fig. 6 The input speech signal and the corresponding response

值得注意的是,由于改进 FHN 神经元滤波模型放大了输入刺激的振幅,这使得该模型是否有效抑

制含噪语音信号中的噪声部分这一问题难以判断。因此,通过信噪比计算来确定改进 FHN 神经元滤波模型对含噪语音信号的噪声抑制能力。将信噪比为 0 dB、10 dB 和 20 dB 的含噪语音信号分别作为改进 FHN 神经元滤波模型的输入刺激。而后,计算得到输出响应的信噪比,见表 2。可见,对于信噪比为 0 dB、10 dB 和 20 dB 的含噪语音信号,改进 FHN 神经元滤波模型能有效提升其信噪比,即抑制其中噪声部分,使响应的信噪比分别为 8.297 4 dB、17.981 7 dB 和 27.905 4 dB。

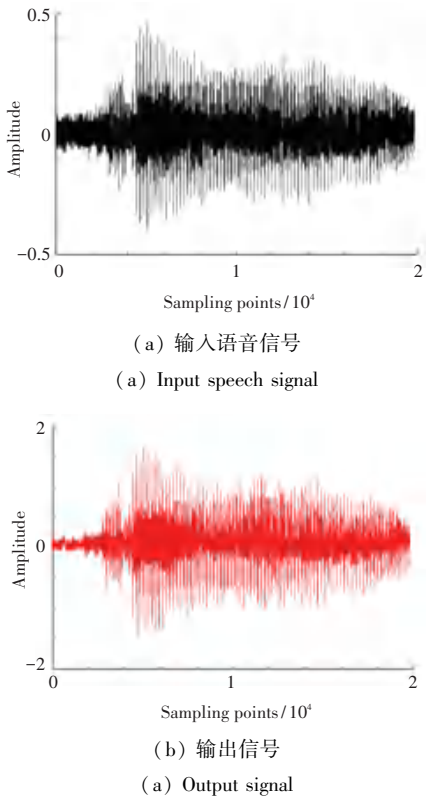


图 7 信噪比为 10 dB 的输入语音信号和相应输出响应

Fig. 7 The input speech signal when SNR = 10 dB and the corresponding response

表 2 输入信号及其响应的信噪比

Tab. 2 The SNRs of the input signals and the corresponding responses

输入信号信噪比	响应信噪比	dB
0	8.297 4	
10	17.981 7	
20	27.905 4	

综合上述分析可见,改进 FHN 神经元滤波模型能在传递信息的同时将其放大,并且有效抑制输入信息中的噪声。

## 4 结束语

本文提出了一种改进 FHN 神经元滤波模型,能够在有效传递输入信息特性的同时抑制输入信息中的噪声部分。通过构建基于膜电势增量变化的神经元模型和模拟突触滤波,推导出了改进 FHN 神经元滤波模型的数学描述,并对该模型的稳定参数条件以及幅频响应特性进行了分析。采用典型信号包括正弦信号、方波信号和三角波信号验证了该模型的信息传递特性和滤波特性。而后,又使用实际环境中采集的语音信号并叠加不同强度噪声进行了测试。实验结果表明,该模型能够放大传入刺激的强度,并且有效抑制其中噪声。

## 参考文献

- [1] DITTMAN J S, KREITZER A C, REGEHR W G. Interplay between facilitation, depression, and residual calcium at three presynaptic terminals [J]. The Journal of Neuroscience: The Official Journal of the Society for Neuroence, 2000, 20(4):1374-1385.
- [2] FORTUNE E S, ROSE G J. Short-term synaptic plasticity contributes to the temporal filtering of electrosensory information [J]. Journal of Neuroence the Official Journal of the Society for Neuroence, 2000, 20(18):7122-7130.
- [3] KHANBABAIE R, NESSE W H, LONGTIN A, et al. Kinetics of fast short-term depression are matched to spike train statistics to reduce noise [J]. Journal of Neurophysiology, 2010, 103(6):3337-3348.
- [4] CIAN O, NOLAN M F. Tuning of synaptic responses: An organizing principle for optimization of neural circuits [J]. Trends in Neurosciences, 2011, 34(2):51-60.
- [5] HIRATANIA N, FUKAI T. Redundancy in synaptic connections enables neurons to learn optimally [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Natal Acad Sciences, 2018, 115(29):E6871-E6879.
- [6] TONG Rudi, EMPTAGE N J, PADAMSEY Z. A two-compartment model of synaptic computation and plasticity [J]. Molecular Brain, 2020, 13(1):79.
- [7] 吴志敏. FHN 模型中的奇异态研究 [D]. 北京:北京邮电大学, 2018.
- [8] NICHOLLS J G, MARTIN A R, FUCHS P A, et al. 神经生物学:从神经元到脑 [M]. 5 版. 杨雄里 译. 北京:科学出版社, 2014.
- [9] GAO Wa, ZHA Fusheng, SONG Baoyu, et al. Fast filtering algorithm based on vibration systems and neural information exchange and its application to micro motion robot [J]. Chinese Physics B, 2014, 23(1):010701.